INSTITUTO FRAY MAMERTO ESQUIÚ

5 ° año "A" – ESCUELA SECUNDARIA

Guía de ejercitación diagnóstico:

1) Despejar la variable que se señala en el paréntesis.

   a) $S = U.V - N$ (N)

   b) $A = \frac{K-L}{3}$ (K)

   c) $X = \frac{Y-Z}{2}$ (Z)

   d) $S = \frac{K.V^2}{2}$ (K)

   e) $L = A.(K - S)$ (K)

   f) $A = S.M.N.S^2$ (S)

   g) $L = V.T - \frac{1}{2}K.T^2$ (V)

   h) $\frac{A}{B} = \frac{M}{T}$ (B)

   i) $F = 3.R^2.M.N^2$ (M)

2) Se lanza una pelota desde el suelo hacia arriba. La altura que alcanza la pelota, medida desde el suelo en metros, en función del tiempo, medido en segundos, se calcula a través de la siguiente fórmula:

$$\mathrm{h(t) = 20t - 5t^2}$$

   a) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota y en qué momento lo hace?

   b) ¿Después de cuánto tiempo cae la pelota al suelo?

3) El contador de una empresa ha determinado que la ganancia G (en $), cuando se producen x unidades de cierto artículo, se puede calcular con la fórmula $G(x) = -5x^2 + 1000x - 5000$

   a) ¿Qué ganancia tendrá la empresa cuando se produzcan 50 unidades? ¿Y cuándo se produzcan 70 unidades?

   b) ¿Cuántas unidades se deben producir para que la ganancia resulte mayor que $13000?

   c) ¿Cuántas unidades debe producir la empresa para que la ganancia obtenida sea la máxima posible?

   d) ¿Cuál es esa ganancia máxima?

4) Supongamos que la temperatura de un cierto día de la ciudad de Córdoba luego de t horas pasada la medianoche está dada por la función:

$$T(t) = -\frac{1}{4}t^2 + 4t + 10$$

   a) Graficar la temperatura en función del tiempo.

   b) ¿Cuál fue la temperatura a las 2 de la mañana?

   c) ¿A qué hora la temperatura fue máxima?

Para recordar:

Un vector es un segmento orientado, en el que se distinguen el origen y el extremo. Se nombran con una letra minúscula con una flecha encima $\vec{v}$

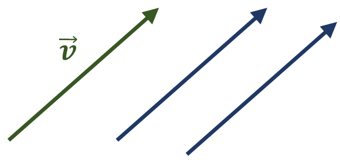
- El ***módulo*** de un vector es la longitud del segmento orientado que lo define. Es un número positivo y lo indicamos: $|\vec{v}|$

- La ***dirección*** de un vector es la de la recta que la contiene.

- El *sentido* está dado por la orientación de la flecha.

En cada dirección hay dos sentidos posibles.

Se pueden dibujar muchas flechas de igual longitud, dirección y sentido.
Todos esos segmentos orientados representan el mismo vector.

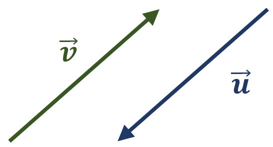


Dos vectores son iguales si tienen el mismo módulo, la misma dirección y el mismo sentido.

Las fuerzas y las velocidades se representan por vectores. Una fuerza se representa por un vector que indica su dirección y sentido y cuyo módulo es igual a la intensidad de la fuerza, en cierta escala.

El vector cero, representado por 0, es un vector cuyo módulo es 0. Su origen y extremo coinciden y su representación es un punto. El vector cero no tiene dirección ni sentido.

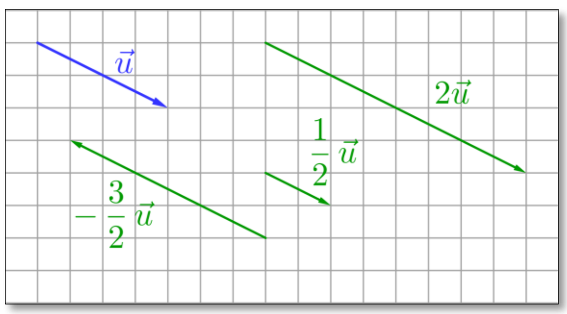
Dos vectores son opuestos si tienen el mismo módulo, la misma dirección pero sentido contrario.



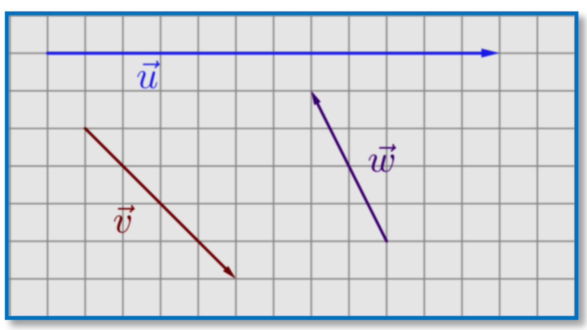
En el gráfico se observa que los vectores $\vec{v}$ y $\vec{u}$ son ***opuestos***

Producto de un número por un vector

Cuando multiplicamos un vector por un número distinto de cero, obtenemos otro vector que tiene la misma dirección. Si el número es positivo, tiene el mismo sentido, y si es negativo, tiene sentido contrario.



5) Copiar los siguientes vectores en la carpeta y luego dibujar los vectores pedidos:



$a)\ \frac{1}{2}\,\vec{u}$ $\quad b)\ -\frac{1}{3}\,\vec{u}$ $\quad c)\ \frac{3}{4}\,\vec{u}$

$d)\ -\frac{1}{2}\,\vec{v}$ $\quad e)\ \frac{3}{2}\,\vec{v}$ $\quad f)\ -2\,\vec{v}$

$g)\ 3\,\vec{w}$ $\quad h)\ -\vec{w}$ $\quad i)\ \frac{3}{2}\,\vec{w}$

6) Dibujar los siguientes vectores.

$a)\ |\vec{u}| = 4{,}5 \qquad \hat{\beta} = 30^{\circ}$ $\qquad e)\ |\vec{y}| = 9 \qquad \hat{\beta} = 90^{\circ}$

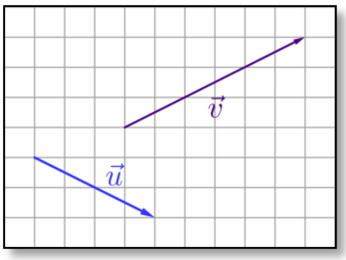
$b)\ |\vec{v}| = 4 \qquad \hat{\beta} = 45^{\circ}$ $\qquad f)\ |\vec{n}| = 7 \qquad \hat{\beta} = 135^{\circ}$

$c)\ |\vec{x}| = 6{,}2 \qquad \hat{\beta} = 120^{\circ}$ $\qquad g)\ |\vec{m}| = 2{,}5 \qquad \hat{\beta} = 60^{\circ}$

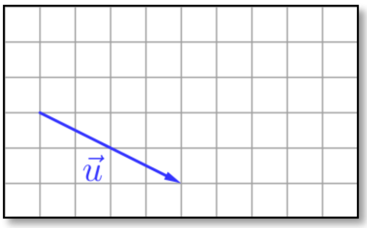
$d)\ |\vec{w}| = 3{,}6 \qquad \hat{\beta} = 150^{\circ}$

Suma y Resta de vectores

Para sumar los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ en forma gráfica, existen dos procedimientos equivalentes que se pueden emplear:

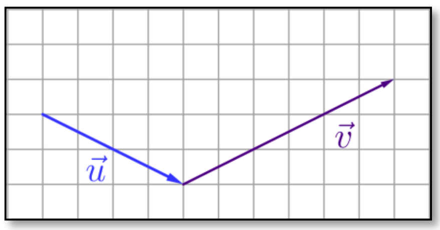


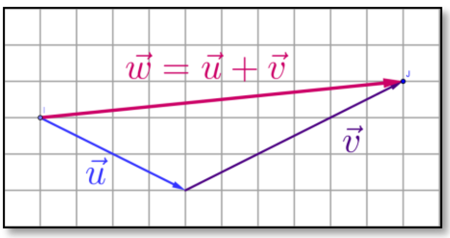
- *Regla de la Poligonal*:



I. Copiamos uno de los dos vectores (puede ser cualquiera de los dos). En nuestro ejemplo comenzamos por el vector $\vec{u}$

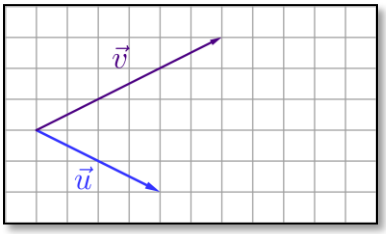
II. En el extremo del vector $\vec{u}$ copiamos el vector $\vec{v}$





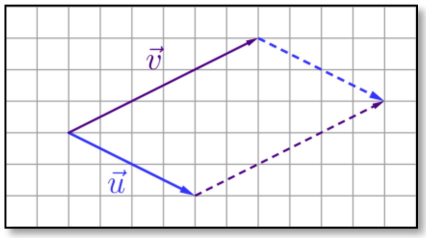
III. El vector suma $\vec{w}$, se obtiene uniendo el origen del vector $\vec{u}$ con el extremo del vector $\vec{v}$.

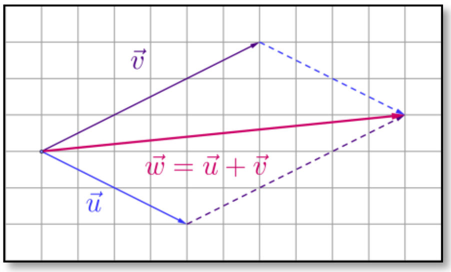
- *Regla del Paralelogramo*:



I. Copiamos los dos vectores haciendo que sus orígenes coincidan en un mismo punto.

II. Construimos un paralelogramo como se observa en la figura cuyos lados sean los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ (para una construcción precisa, es necesario utilizar el compás)





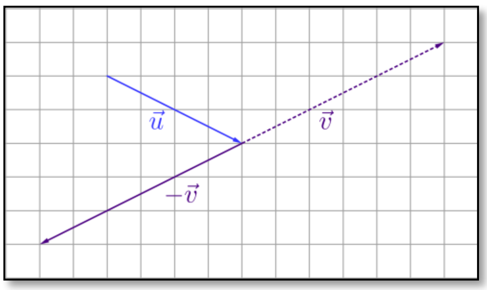
III. El vector suma $\vec{w}$, se obtiene uniendo el origen de ambos vectores con el vértice opuesto del paralelogramo.

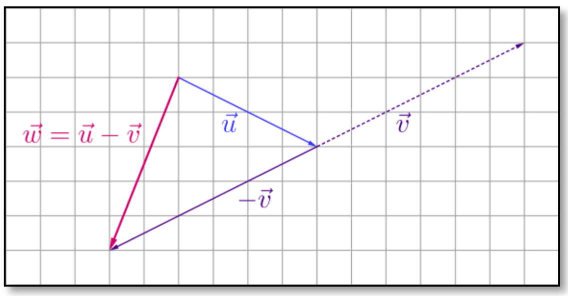
Como todo vector tiene un opuesto, podemos definir la resta de vectores como:

$$\vec{w} = \vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$$

Restar dos vectores, es sumar el opuesto del segundo vector

Puede utilizarse cualquiera de las dos reglas vistas para realizar la suma o resta.





7) A partir de los vectores dibujados en el punto 6), realizar gráficamente las siguientes operaciones entre vectores utilizando la regla de la poligonal:

$a)\ \vec{u} + \vec{y}$ $\quad b)\ \vec{n} + \vec{m}$ $\quad c)\ \vec{v} + \vec{w}$ $\quad d)\ \vec{n} + \vec{u}$

$e)\ \vec{u} - \vec{x}$ $\quad f)\ \vec{m} - \vec{w}$ $\quad g)\ \vec{v} - \vec{x}$ $\quad h)\ \vec{y} - \vec{x}$

8) A partir de los vectores dibujados en el punto 6), realizar gráficamente las siguientes operaciones entre vectores utilizando la regla del paralelogramo:

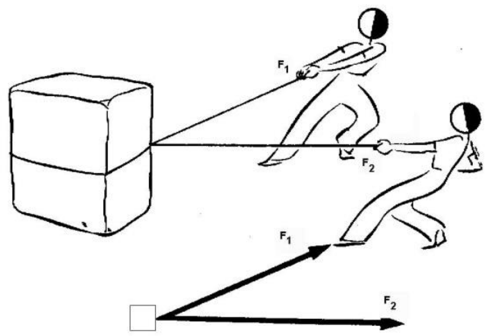
$a)\ \vec{u} + \vec{y}$ $\quad b)\ \vec{n} + \vec{m}$ $\quad c)\ \vec{v} + \vec{w}$ $\quad d)\ \vec{n} + \vec{u}$

$e)\ \vec{u} - \vec{x}$ $f)\ \vec{m} - \vec{w}$ $g)\ \vec{v} - \vec{x}$ $h)\ \vec{y} - \vec{x}$

¿Cómo utilizamos los vectores en Física?

Una de las Ciencias donde mayor aplicación tienen los vectores es en la Física. A través de ellos es posible analizar varios fenómenos que suceden en la naturaleza. Veamos un ejemplo:

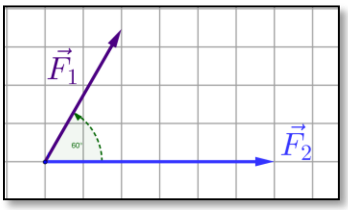
En Física, una de las unidades que se utiliza para expresar la intensidad de las fuerzas es el Newton.
Para mover un bloque pesado de granito, dos trabajadores jalan a través de dos cuerdas como se muestra en la figura. El primer trabajador realiza una fuerza de 120 N (Newton) en una dirección de 60º respecto de la horizontal, y el otro con una fuerza de 180 N en dirección horizontal.
El jefe de ambos desea despedirlos porque hablan mucho y contratar a una sola persona para que realice el trabajo. ¿Qué fuerza debe ejercer el nuevo trabajador?

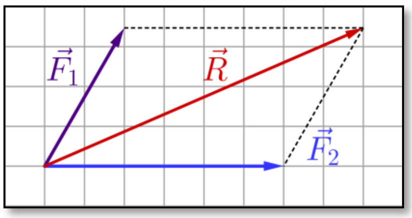


Primero deberíamos poder dibujar los vectores que representan a las fuerzas. Para ello usaremos una escala adecuada, ya que no sería muy práctico dibujar un vector de 180cm para representar $\overrightarrow{F_2}$ ¿no?
La escala utilizada no es única. Alguno de ustedes puede pensar en dibujar 20 N en 1 cm, otro 30 N en 1cm, etc. La escala utilizada en este ejercicio será de $Esc = \frac{60\ N}{1\ cm}$

$$F_1 = 120 : \ \frac{60\ N}{1\ cm} = 2cm \qquad\qquad F_2 = 180 : \ \frac{60\ N}{1\ cm} = 3cm$$

Sumaremos ambos vectores, y de esa forma obtendremos el vector equivalente a ambas fuerzas. Para sumar las fuerzas (vectores) pueden utilizar cualquiera de las reglas vistas (poligonal o paralelogramo)





La fuerza resultante $\vec{R}$ es equivalente a las dos fuerzas, es decir, puede aplicarse $\vec{R}$ en lugar de F_1 y F_2
Para saber su valor, mediremos con la regla la longitud del vector y luego la multiplicaremos por la escala elegida. En nuestro caso, $\vec{R}$ mide 4,3 aproximadamente. Entonces:

$$|\vec{R}| = 4{,}3\ cm\ .\ \frac{60\ N}{1\ cm} = 258\ N$$

9) Para cada grupo de Fuerzas, elegir una escala adecuada para representarlas y luego hallar la resultante.

$a)\ \overrightarrow{F_1} = 400\ N\ \lfloor 30^o \qquad \overrightarrow{F_2} = 600\ N\ \lfloor 120^o$

$b)\ \overrightarrow{F_1} = 350\ N\ \lfloor 180^o \qquad \overrightarrow{F_2} = 250\ N\ \lfloor 45^o$

$c)\ \overrightarrow{F_1} = 150\ N\ \lfloor 0^o \qquad \overrightarrow{F_2} = 240\ N\ \lfloor 90^o \qquad \overrightarrow{F_3} = 90\ N\ \lfloor 135^o$